

לוגיקה (1) פתרון תרגיל 1

1. ראשית נוסיף לשפה סימני יחס חד מקומיים B ו- R שמשמעותם שהנקודה צבועה בשחור או אדום בהתאמה.

- (א) $\forall x \exists y G(x, y)$
 (ב) $\forall x [B(x) \vee R(x)]$
 (ג) $\forall x \{ [B(x) \rightarrow \exists y (B(y) \wedge G(x, y))] \wedge [[R(x) \rightarrow \exists z (R(z) \wedge G(x, z))]] \}$
 (ד) $\exists x \{ R(x) \wedge [\forall y (B(y) \rightarrow G(x, y))] \}$
 (ה) $\forall x \forall y [(B(x) \wedge B(y)) \vee (R(x) \wedge R(y)) \rightarrow \neg G(x, y)]$
 (ו) $\exists x \exists y \exists z \{ (G(x, y) \wedge G(x, z) \wedge G(y, z)) \wedge [(R(x) \wedge R(y) \wedge R(z)) \vee (B(x) \wedge B(y) \wedge B(z))] \}$
 (ז) $\exists x \exists y \{ R(x) \wedge R(y) \wedge G(x, y) \wedge \forall u \forall v (R(u) \wedge R(v) \wedge G(u, v)) \rightarrow [(x = u \wedge y = v) \vee (x = v \wedge y = u)] \}$

2.

(א) $\forall x B(x)$ - סימן יחס חד מקומי שפירושו שחור.
 (ב) $N(t)$ - קבוע אישי שפירושו תמרי. N - סימן יחס חד מקומי שפירושו נגר.
 (ג) $N(t) \wedge H(e)$ - קבוע אישי שפירושו איזידור. H - סימן יחס חד מקומי שפירושו חמור.

- (ד) $\forall x [H(x) \rightarrow \neg N(x)]$
 (ה) $\exists x [N(x) \wedge H(x)]$
 (ו) $\forall x \{ H(x) \rightarrow [\exists y (N(y) \wedge S(x, y))] \}$

x -ב

- (א) $\forall x \{ H(x) \rightarrow [\exists y \exists z (y \neq z \wedge S(x, y) \wedge (x, z) \wedge N(y) \wedge N(z))] \}$
 (ב) $\forall x \{ H(x) \rightarrow [\exists (y(N(y) \wedge S(x, y) \wedge \forall z ((N(z) \wedge z \neq y) \rightarrow \neg S(x, z)))] \}$
 (ג) $\forall x \{ N(x) \rightarrow \neg [\exists y \exists z (z \neq y \wedge H(z) \wedge H(y) \wedge S(y, x) \wedge S(z, x))] \}$
 (ד) $\forall x [N(x) \rightarrow \exists y (H(y) \wedge S(y, x))]$
 (ה) $\exists x \exists y \exists z \{ H(x) \wedge H(y) \wedge H(z) \wedge [\forall u (H(u) \rightarrow (x = u \vee y = u \vee z = u))] \wedge [\exists v \exists u (N(v) \wedge N(u) \wedge S(x, v) \wedge S(y, w))] \}$
 (ו) $\exists x \exists y [(H(x) \wedge N(y) \wedge S(y, x))]$

(ג) $\forall x \forall y \{ \neg [D(x) \wedge H(y) \wedge B(x, y)] \}$ - משתנה יחס חד מקומי שפירושו כלב.
 H משתנה יחס חד מקומי שפירושו חם (בזמן y).
 S - משתנה יחס חד מקומי שפירושו x נובח (בזמן y).

- (ד) דומה לסעיפים הקודמים
 (ט) $P(x)$ - משתנה יחס חד מקומי שפירושו חיור.
 (י) $\forall y (K(x, y))$ - משתנה יחס חד מקומי שפירושו x מכיר את y .
 (יא) $\forall x \forall y \{ (P(x) \wedge P(y)) \rightarrow [\exists u (L(u) \wedge S(x, y, u)) \wedge \forall v (S(x, y, v) \wedge L(v)) \rightarrow (u = v)] \}$

L - P משתני יחס חד מקומיים שמשמעותם נקודה וישר בהתאמה. $S(x, y, u)$ משמעותו u עובר דרך x ו- y .

(יב) $\forall u \forall v [(L(u) \wedge L(v) \wedge R(u, v)) \rightarrow \neg \exists x (P(x) \wedge T(x, u) \wedge T(x, v))]$ בנוסף לסימנים הקודמים R סימן יחס חד מקומי שמשמעותו מקבילים. T סימן יחס חד מקומי שמשמעותו שידך ל- (בד"כ מסומן בסימן \in).

(יט) $\exists p \forall x (\sin(x) = \sin(x + p))$ סימן פונקציה חד מקומי. (העולם הוא עולם הממשיים).
 (כ) $\forall \varepsilon \exists \delta \forall x \forall y [(A(x - y)) < \delta \rightarrow A(\sin(x) - \sin(y)) < \varepsilon]$ בסימנים המקובל-ים בממשיים. A פונקצית הערך המחלט.

.3

- (א) לא נכון. ל-0 אין עוקב.
- (ב) נכון. 0 הוא טבעי שאינו גדול מכל טבעי.
- (ג) נכון. לכל טבעי y קיים טבעי (למשל $y + 1$) שאינו קטן מ- y .
- (ד) נכון. החיבור בטבעיים קומוטטיבי.
- (ה) נכון. הפסוק שקול ל-(ד).
- (ו) לא נכון. $1 \cdot 1 = 1$.